

# 解答数学应用题思维策略训练的实验研究

毛明山 张庆林

## 一、问题提出

培养学生的思维能力是国内外心理学和教育工作者所普遍关心的重要问题。关于如何训练和培养学生的思维能力,可以总结为两种训练、培养方式:一种是直接培养,即开设思维课;另一种是间接培养,即把发展学生思维能力贯穿于各科教学的知识传授过程中。许多研究表明,直接培养方式与具体学科知识无直接联系,脱离了学科教学,很难促进学生学习,提高学科成绩。针对国外几种著名的思维训练教程(例如费厄斯坦的工具强化教程,科文顿等人创编的创造性思维教程等)的实验结果,有人评论指出,这些训练只能提高智力测验或能力测验的分数,对学习成绩或学科中的问题解决能力并无直接的帮助(例如 Mayer, 1987<sup>①</sup>;蔡晓辉等, 1993<sup>②</sup>)。鉴于上述训练方式存在的不足,国内已有一些成功的尝试性研究(朱新民, 1983<sup>③</sup>;施铁如, 1985<sup>④</sup>;张庆林等, 1993<sup>⑤</sup>)。

近年来,心理学界研究者们呼吁要加强高层思维技能(higher-order thinking skills)的研究<sup>⑥</sup>,如何结合专门领域知识(或专家知识)的学习和运用来进行思维策略的训练,已成为心理学研究中的重要课题。现代认知心理学家通常是将解决问题的思维过程分为几个阶段,并相应提出各阶段上的思维策略。

Newell & Simon (1972)<sup>⑦</sup>提出了两阶段策略:形成问题的内部表征、缩小当前状态与目标状态的差别。Mayer (1987)<sup>⑧</sup>将解答数学应用题的思维过程划分为四个阶段:表征问题、问题综合、制定和调整解答计划、执行解答计划。Hayes (1989)<sup>⑨</sup>则提出了六阶段策略:辨明问题、表征问题、计划解答过程、执行计划、评价计划、评价解题过程。在总结国内外研究的基础上,我们结合自己的研究,提出了解决问题的三个阶段思维策略:表征问题、解答问题、思路总结<sup>⑩</sup>,并在此基础上进一步编写了《应用题解题思维策略训练教程》。本实验试图运用该《教程》采用对比研究的方法对初一年级学生进行教学实验,探讨结合学科教学进行思维策略训练的有效性及其原则,以提高学生解决具体学科问题的能力。

## 二、研究方法

### 1. 被试

被试选取重庆市北碚区朝阳中学初一年级学生,根据学校老师对有关情况的介绍而选出各方面条件相近、成绩相当的两个班作为实验组和对比组(各由一名老师主讲),共115名学生,男生55名,女生60名。实验开始前先对两组被试实施前测,根据前测成绩高低及任课老师对有关情况的反映将实验组划分为不同层次的学生:优生17名(占

29.3%), 中等生 29 名(占 50.0%), 差等生 12 名(占 20.7%); 也将对比组划分为三种层次: 优生 18 名(占 31.6%), 中等生 27 名(占 47.4%), 差等生 12 名(占 21.0%)。

### 2. 材料

运用自编七课时《应用题解题思维策略训练教程》对初一年级学生进行教学实验, 共七条策略: 对比组在相同时间内以不同次序讲授同样习题, 不讲策略。

### 3. 方法

实验组接受思维策略训练, 由一名老师根据所编《教程》上课。对比组则由另一名老师运用传统教学方法在和实验组使用相同时间内讲授和实验组相同的习题, 不讲思维策略, 其他条件均与实验组相同。实验安排在初一年级第二学期期中考试之后进行, 整个实

验持续 15 天, 共 7 课时, 每课时 45 分钟。

实验前、后各安排一次测验, 由不参加实验的数学老师出题, 鉴于区分度的考虑, 后测题略难于前测题。评分时为充分体现思维训练效果, 防止出现评分信度问题, 不给步骤分, 各题不是零分便是满分。

为防止“实验者期望效应”, 向实验组和对比组老师及学生都说他们组是实验组。

## 三、结果分析

### 1. 实验组与对比组前、后测成绩比较

实验组与对比组的实验结果列于表 1。p < 0.001。

### 2. 实验组与对比组不同层次学生前、后测成绩比较

表 1 实验组与对比组前、后测成绩的 t 检测

组别	人数 N	前测 M(SD)	t	后测 M(SD)	t
实验组	58	76.70(16.58)	-0.36	76.54(16.91)	4.47***
对比组	57	77.86(17.79)		63.76(13.26)	

注: \*\*\*p < 0.001

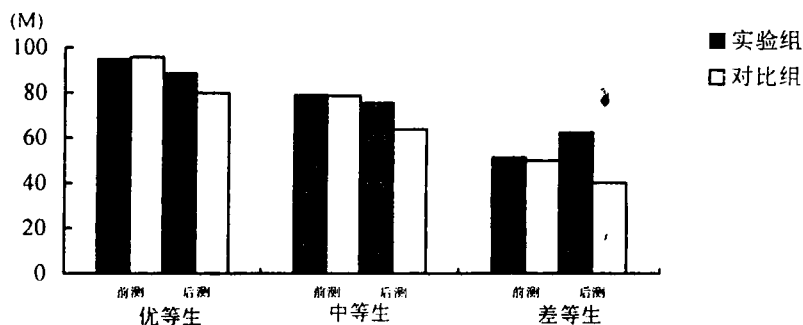


图 1 不同层次学生前、后测成绩比较 (平均分)

表 2 不同层次学生前、后测成绩的差异检验

学生层次	人数 N(%)	前测 M(SD)	t	后测 M(SD)	t
优生 1	17(29.3)	94.65(2.83)	-1.02	88.53(9.92)	2.880**
优生 2	18(31.6)	95.60(2.50)		79.77(7.42)	
中生 1	29(50.0)	78.79(8.11)	0.13	75.45(12.87)	3.496***
中生 2	27(47.4)	78.48(8.85)		63.67(11.80)	
差生 1	12(20.7)	51.08(5.60)	0.48	62.21(12.83)	3.998***
差生 2	12(21.0)	49.83(6.60)		39.96(13.27)	

注: \*\*p < 0.01, \*\*\*p < 0.001

实验组的优生1、中生1、差生1与对比组的优生2、中生2、差生2分别进行t检验,其结果见表2。不同层次学生前、后测成绩两两比较的结果可用图1直观地表示出来。

以上表2、图1的结果均表明,各水平学生的两两比较的前测试成绩差异不显著。从后测成绩看,实验组与对比组之间,不同学生层次水平之间均存在非常显著的差异。这充分说明思维策略训练对不同层次学生均有显著效果,尤其是对中、差生来说,其训练效果特别显著。

#### 四、讨论

##### 1. 实验效应

从表1可以看出,在短时间内对初一学生进行应用题解题思维策略的训练是能够提高学生的解题能力的,训练是有效的,可行的。

从表2可知,优生1的实验效应不及中、差生显著,其原因在于优等生在实验前已经掌握了一些科学的思维方法,已具备了良好的思维策略,或者头脑中已经储存了不少的图式,在解题时能迅速地提取出来,使得解题成功。中生1的实验效应显著的原因可能是在实验前他们已具备良好的基础知识,但缺乏良好的思维方法、策略,经过思维训练之后便较好地掌握了所传授的策略,于是提高了解题能力。差生1的实验效应也非常显著,说明对差生进行策略训练是提高其成绩的一个好方法,这样做既可帮助学生加深、掌握基础知识,又教会学生如何分析、如何解题,通过思维训练,使差生从不会解题到学会解题。

##### 2. 关于应用题解题思维策略的讨论

在我们的思维训练课里,主要传授了7种相互联系的思维策略。

##### 策略1,分析问题,判断题型

研究表明,学生能否识别题目类型在很大程度上决定着能否迅速、准确地回答问题<sup>①</sup>。要正确识别应用题的类型,需要从具体的语义情境中分出确定的、一般的结构关系。

这既依赖于对当前问题信息的加工,也依赖于对记忆中贮存的有关信息的搜寻。研究结果表明,判断题型的训练有利于学生形成解题技能,培养解题能力。

策略2,把握整体数量关系(必要时画个图)

即使是仔细地读了题并判断了题型,也不能立即开始假设未知数、列方程,而应该从整体上把握题目的数量关系,避免解题的盲目性。同时,在必要的时候,一定要善于用图示来表达题目的数量关系。大量研究表明,自拟图示有助于从整体上把握题意,因此也有助于正确解答问题。

##### 策略3,巧设未知数

在分析和把握了题目的数量关系之后,就可以着手设未知数了。但是值得注意的是,对未知数的选择直接影响到后面列方程和解方程的难易程度,因此,设未知数一定要慎重,要本着“择优录取”的原则。

##### 策略4,充分进行双向推理

设立未知数之后,不能急于列方程,要根据题意进行充分的双向推理。推理时,既要充分利用已知的数量(顺推),也要充分利用设立的未知数(倒推),顺向推理是在已知条件基础上向前走了几步,逆向推理则在未知条件基础上向后退几步,这样就有效地缩短了从已知到未知的距离,便于在心理视野的范围内“看穿”已知与未知之间的路径。

##### 策略5,对方程式的检验

在充分推理的基础上列出方程之后,就要对方程式进行严格的检验。可以问自己:我对所列的方程有把握吗?检验方程是否符合题意的基本方法是:看方程左右两边的意义是否一致或两边的名数是否相同。若发现方程有误,则要重新审题,选择其他解题思路。

##### 策略6,如何解方程

在解方程前,首先要观察方程式有何特点,如在分式方程中,如果分母是多项式,则首先要看能否分解因式,然后再找公分母。

### 策略7,总结反思

总结反思主要做到以下三个方面:(1)思考自己是否已经把握与问题有关的基础知识;(2)回忆自己的解题思维过程,找出其中的问题;(3)思考有无更简捷的思路和更佳解决方法。通过总结思路,发现成功的思维策略或方法,从而加强自身思维过程的意识和调节能力(元认知能力)。

#### 3. 思维训练的原则与方法

在我们思维训练实验课里,主要贯彻了以下四条原则:

##### (1)分解性——系统性原则

进行教学实验时,首先讲授思维策略的重要性,然后将完整的解题策略分为7个阶段讲授,利用7次课分别讲授各阶段上解题的成功思维策略,并在课后练习中要求学生综合运用上述策略进行训练,使学生熟练地掌握该策略,达到训练目的。

##### (2)练习性原则

在策略传授过程中要求老师精讲而让学生多练。为了达到练习、掌握的目的,训练中还设计了填空、改错等练习形式,使学生充分体会成功的思维策略。

##### (3)过程性原则

本原则一是注重解应用题本身的思维加工“过程”的分析。另一方面则是注重“新手”与“专家”解题思维过程的比较分析,即反复让学生体验自己的思维过程,并和《教程》中所讲的方法进行对比,考虑有何不同及为何不同。这样做加强了学生“过程”的自我意识,促进真正掌握自己所学的成功策略。

##### (4)迁移性原则

本实验所用思维策略是紧密结合数学教学所提出的,具有系统性、集中性、易操作性等优点,所以就该学科而言其“特定”迁移是存在的。同时我们应该相信,结合学科教学进行思维策略的训练,只要长期坚持,并进行适

当指导,终将会有助于智力水平和创造力水平的提高。

### 五、小结

在本实验条件下,可以得出以下结论:

(1)结合学科领域对学生进行思维策略的训练是有效的、可行的。

(2)本实验所采用的思维策略对不同层次学生的训练效果均显著,对中、差生的训练效果特别显著。

另外,本实验亦有不足之处,由于条件所限,思维训练时间较短,没能测定实验的长期效应。这有待于在今后的实验中加以改进。

#### 参考文献:

①②R. E. Mayer(1987). Educational Psychology: A cognitive approach. Boston: Little Brown.

③蔡晓萍、戴忠恒:《有关开设思维能力训练课程对中学生智能水平影响的实验研究》,《心理科学》,1993年第6期。

④朱新民:《解决几何问题的思维策略》,载《心理学报》,1983年第1期。

④①施铁如:《解代数应用题的认知模式》,载《心理学报》,1985年第3期。

⑤张庆林、曾海田:《解决几何问题的启发式搜索策略研究》,载《心理科学》,1993年第2期。

⑥R. J. Sternberg, P. Frensch (Eds) (1991). Complex Problem Solving: Principles and Mechanisms. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

⑦A. Newell, H. A. Simon (1972). Human Problem solving. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

⑧R. Hayes (1989). The Complete Problem solver. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

⑩张庆林、黄蓓:《解决学科问题的思维策略刍议》,载《课程·教材·教法》,1994年第8期。

作者工作单位:西南师范大学心理学系  
邮编:400715

(责任编辑 刘华山)